

活用シート5	問題用紙	年 組 番	氏名
--------	------	-------	----

答えは、解答用紙の解答欄<sup>こたへ</sup>に書きましょう。

(一) たろうさんとはるかさんが、自然数の和について話をしています。

たろうさん「ガウスという数学者を知ってる？ガウスは小学生のとき、1から100までの自然数の和をあっという間に求めたという伝説が残っているんだ。」

はるかさん「どうやって計算したの。」

たろうさん「その方法を  $1 + 2 + 3 + 4 + 5$  で説明するね。」

**【たろうさんの説明】**

$1 + 2 + 3 + 4 + 5$  を数の大きい順に並べ替えると、 $5 + 4 + 3 + 2 + 1$  だね。

2つの式を前の数から順にたすと、

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ +) 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6$$

と表せるから、 $6 \times 5 = 30$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 30 \div 2 = 15$$

だから、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5$  は15になるよ。

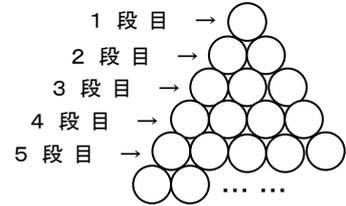
1 たろうさんの説明を参考にして、1から100までの自然数の和を求めなさい。

2 1から  $n$  までの自然数の和を、 $n$  を使った式で表しなさい。

はるかさん「すごいね。似たような話を聞いたことがあるよ。昔の日本の計算の仕方で、俵杉算たわらすぎざんっていうの。」

たろうさん「どんなの。」

はるかさん「米俵を、上から1段目に1俵びょう、2段目に2俵、3段目に3俵、…と、1段につき1俵ずつ増やしたときの俵の総数を求める問題よ。」



たろうさん「式にすると  $1 + 2 + 3 + \dots$  だから、

ガウスの考え方をを使って求められるね。」

はるかさん「そうね。でも、俵杉算は図形を使って求めるのよ。4段重ねた場合で説明するね。」

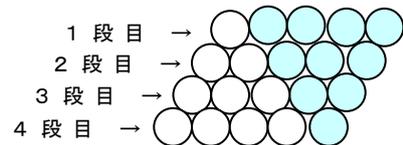
### 【はるかさんの説明】

右の図のように、4段重ねた俵に同じ俵を逆さにして補うと、俵は平行四辺形の形に並びます。

俵は、横に5俵、縦に4段重ねられたことになるので、 $5 \times 4 = 20$ 俵

4段重ねられた俵の数はその半分だから、

$$20 \div 2 = 10 \quad 10 \text{ 俵}$$



たろうさん「おもしろいね。連続する自然数の和をガウスは式で、俵杉算は図で求めている、方法はちがうけれどもとになる考え方は共通しているね。」

3 ガウスの求め方と俵杉算の求め方に共通することを、「組み合わせ」と「同じ値」という言葉を使って書きなさい。

4 ①、②の各問いに答えましょう。

① 2から $2n$ までの偶数ぐうすうの和(ただし、 $n$ は1より大きい自然数)

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + (2n-4) + (2n-2) + 2n$$

について、求め方と答えを書きなさい。

②  $n$ を自然数とするとき、 $n$ から $n+100$ までの自然数の和

$$n + (n+1) + (n+2) + \dots + (n+98) + (n+99) + (n+100)$$

について、求め方と答えを書きなさい。



(一) 1 5050

(考え方)

$$\begin{array}{r}
 1 + \quad 2 + \quad 3 + \cdots + \quad 98 + \quad 99 + 100 \\
 +) \quad 100 + \quad 99 + \quad 98 + \cdots + \quad 3 + \quad 2 + \quad 1 \\
 \hline
 101 + 101 + 101 + \cdots + 101 + 101 + 101 \\
 101 \times 100 \div 2 = 5050
 \end{array}$$

2  $\frac{1}{2}n(n+1)$

3 (正答例) 小さい順に並べたものと大きい順に並べたものを組み合わせて  
加えることで、同じ値の組を作っていること

4① (正答例)

$$\begin{array}{r}
 2 + \quad 4 + \quad 6 + \cdots + (2n-4) + (2n-2) + \quad 2n \\
 +) \quad 2n + (2n-2) + (2n-4) + \cdots + \quad 6 + \quad 4 + \quad 2 \\
 \hline
 (2n+2) + (2n+2) + (2n+2) + \cdots + (2n+2) + (2n+2) + (2n+2) \\
 (2n+2) \times n \div 2 = n^2 + n \qquad \qquad \qquad \text{答え } n^2 + n
 \end{array}$$

② (正答例)

$$\begin{array}{r}
 n + (n+1) + (n+2) + \cdots + (n+99) + (n+100) \\
 +) \quad (n+100) + (n+99) + (n+98) + \cdots + (n+1) + n \\
 \hline
 (2n+100) + (2n+100) + (2n+100) + \cdots + (2n+100) + (2n+100) \\
 (2n+100) \times 101 \div 2 = 101n + 5050 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{答え } 101n + 5050
 \end{array}$$